Trois remarques sur le paradoxe de Zénon

Armand Zaloszyc

J'ai mis ici un peu en ordre ce que j'ai exposé bien trop rapidement, le 10 octobre 2020, à la Section clinique, et j'y ai volontiers inclus les questions qui m'ont été posées (et aussi les réponses que j'ai hasardées), tant ces questions m'ont paru être appropriées à ce que je voulais dire.

Dans *L'os d'une analyse*, le livre que nous avons mis à notre programme, J.-A. Miller évoque le paradoxe de Zénon aux pages 14-15. Cette évocation qui peut paraître assez marginale est en réalité d'une importance centrale dans les questions sur la fin de l'analyse qui font l'ossature du développement du livre. Et c'est précisément aussi en rapport avec cette problématique qu'on trouve, dans le Séminaire de Lacan, le paradoxe de Zénon, qui, soit y est mentionné de manière explicite, ce qui est le cas le plus rare, soit peut y être sous-jacent, implicite – mais ne demande qu'à y être lu. C'est ce que je veux montrer.

Le paradoxe de Zénon

Qu'est ce que c'est que le paradoxe de Zénon ? Il y a quatre paradoxes de Zénon que nous connaissons par Aristote. Arrêtons-nous sur « l'Achille » et sur « la dichotomie », suivant les noms qu'on leur donne traditionnellement. Celui auquel on fait référence habituellement, c'est Achille et la tortue : Achille et la tortue vont faire la course. Comme la tortue est la plus lente, on lui concède une certaine avance. La course commence, Achille court après la tortue. Lorsqu'il arrive à l'endroit où elle était à l'instant, la tortue a déjà avancé un tout petit peu. Il faut donc à nouveau qu'il la rattrape. Mais tandis qu'il court et qu'il arrive au point où elle était, voilà qu'elle a encore avancé un tout petit peu. C'est ce qui va se répéter encore, et encore : jusqu'à l'infini. A chaque étape, il subsistera un *gap* entre Achille et la tortue. Achille aura donc un restant de chemin à parcourir à chaque étape pour rejoindre la tortue, et cela interminablement, c'est-à-dire qu'il ne la rattrapera jamais.

On a une notion tout à fait similaire avec l'autre paradoxe de Zénon qui s'appelle la dichotomie. C'est celui que Miller, de fait, expose dans son texte : si vous voulez parcourir un chemin, il vous faut d'abord arriver à la moitié du chemin ; si vous voulez aller à la moitié du chemin, il vous faut aller d'abord jusqu'à la moitié de la moitié, si vous voulez aller jusqu'à la moitié de la moitié il vous faut aller d'abord à la moitié de la moitié de la moitié. Interminablement : de sorte qu'à la fin, il est clair que votre mouvement est impossible, et vous restez immobile. Voilà ce que dit la dichotomie. C'est ce qui peut s'écrire, et ce sera beaucoup plus clair pour nous : prenez la suite de nombres fractionnels qu'illustre le paradoxe de Zénon : un demi, plus un quart, plus un huitième, plus un seizième, plus un trente-deuxième, etc… En opérant l'addition de cette suite de divisions successives à l'infini, vous vous approcherez aussi près que vous voudrez d'une limite égale à 1, mais vous n'y parviendrez jamais tout à fait. Il y aura toujours un reste à subsister entre la division, aussi loin que vous la poussiez, à laquelle vous procédez, et la limite à laquelle vous vouliez arriver.

Le paradoxe de Zénon dans l'enseignement de Lacan

Disons-le d'une autre façon encore : la somme de ces divisions que vous voulez opérer, appelons la : S. Ces divisions ne se terminent jamais, vous ne pouvez pas les totaliser. Ecrivons cela : S barré. Et le petit restant irréductible, appelons-le petit *a*. Vous retrouvez ainsi les mathèmes que Lacan a employés pour désigner exactement ce qui se produit dans le paradoxe de Zénon : S barré, la somme intotalisable, et petit *a*, l'inclusion qui ne saurait jamais être résorbée totalement. Et vous observez toujours qu'il y a un rapport solidaire entre la somme intotalisable et le reste, entre S barré et petit *a*, et c'est ce rapport que Lacan a formalisé comme étant le fantasme : $\exists \& a$

Inversez la perspective : vous direz que, si la somme S est intotalisable, c'est parce qu'il y a un reste, un os inéliminable. Ce reste interdit que la somme soit totalisable : petit *a* implique S barré. Et vous avez la formule que vous retrouvez dans un certain nombre de formulations de Lacan, par exemple dans celle du discours de l'analyste, où $a \rightarrow \exists$ écrira exactement la formule du paradoxe de Zénon.

Sans vouloir être exhaustif, je mentionnerai quelques incidences de cette opération liée au paradoxe de Zénon dans l'enseignement de Lacan : dans le *Séminaire X, L'angoisse*, ce qu'il appelle la division euclidienne de l'Autre (p. 37, 135, 189, 203, 271). La somme trompe sur la totalisation possible, et ce qui ne trompe pas, c'est petit *a*, qui reste fixé au cœur des divisions successives.

On en a une autre occurrence dans le *Séminaire XVI, D'un Autre à l'autre*, avec l'écriture de la répétition centrée sur l'objet *a* situé comme enforme de l'Autre (sous des formes diverses : p. 57*sq*, 73*sq*, 180*sq*, 248, 311, 358, 378*sq*, 393*sq*).

Pour le *Séminaire XVII, L'envers de la psychanalyse*, j'ai déjà mentionné l'incidence dans le discours de l'analyste du rapport issu du paradoxe. Dans le discours du maître, il s'inscrit comme impossibilité d'une jonction totalisante : $\exists\ \lambda\lambda\ a$; et, dans le discours de l'hystérique, il écrit que petit *a* est le cœur secret du sujet barré.

Vous connaissez aussi l'affirmation de Freud selon laquelle *Eros* veut constituer de grandes unités et *Thanatos*, la pulsion de mort, détruit les unités, *Eros* et *Thanatos* étant toujours intriqués. Eh bien, le squelette (si on peut dire) de cette intrication qui est au principe de l'automatisme de répétition n'est autre que le rapport selon Zénon de la division impossible à totaliser et de l'os petit *a* qui rend cette totalisation impossible à jamais. Ce qu'on appelle le symptôme réalise ce rapport sous les espèces d'un *et cetera*, comme l'aura noté Lacan à une occasion.

Je ne fais que rappeler pour mémoire que ce petit *a* est l'objet pulsionnel, comme tel prélevé dans le corps. C'est ce que je ne vais pas développer maintenant, parce que je veux porter notre attention, non sur la chair, mais sur l'os.

Cette première remarque que j'avais à faire pourrait donc trouver encore bien des ramifications.

L'enseignement de Lacan dans le paradoxe de Zénon

Ma deuxième remarque trouve appui dans un déplacement du point de vue. Je reprends ma suite de divisions : un demi, un quart, un huitième, un seizième, un trente deuxième etc. Vous pouvez numéroter un à un les termes de cette liste, c'est-à-dire les compter : un demi sera compté numéro un, un quart numéro deux, un huitième numéro trois, etc. jusqu'à l'infini. On a donc, vous le voyez, une correspondance biunivoque entre la suite infinie des divisions par moitiés et la suite infinie des nombres entiers. Les deux suites ont la même grandeur. Pour mieux m'expliquer, je vous donne tout de suite un autre exemple de la même correspondance : prenez la suite des nombres pairs. Si vous les numérotez, vous vous apercevez qu'à chaque nombre pair correspondra un numéro 1, 2, 3, 4, 5,…jusqu'à l'infini. Et vous vous apercevez alors que le nombre des seuls numéros pairs n'est pas moins grand que le nombre des numéros pairs <u>et</u> impairs, que les deux suites sont de grandeur égale : la partie est aussi grande que le tout, c'est ce que l'on constate lorsqu'on compte avec l'infini. Tous les ensembles que j'ai mentionnés : celui des nombres pairs, celui des fractions qui expriment le paradoxe appelé la dochotomie, sont égales en grandeur à l'ensemble des nombres entiers naturels, c'est-à-dire qu'on peut en compter tous les éléments avec nos nombres habituels. C'est pourquoi on a appelé cet infini : l'infini dénombrable. Le mathématicien Cantor, vers la fin du 19e siècle, a montré qu'un simple segment, mettons de longueur unité, comporte infiniment plus de points que ne peut en dénombrer la suite infinie des nombres entiers. Plus exactement : il n'y a pas de correspondance biunivoque entre la suite, même infinie, des nombres entiers, et la suite des points de l'espace continu, fût-il celui d'un segment de longueur unité. Il existe donc (au moins) deux infinis de taille bien différente, et c'est pour les numéroter à leur tour que Cantor a dû inventer une nouvelle catégorie de nombres qu'il a appelés les nombres transfinis (les fameux *aleph* : $\overline{}_0$, etc).

Mais revenons maintenant aux paradoxes de Zénon : en appliquant à l'espace continu de la course, ou encore à l'espace continu de la distance entre Achille et la tortue, le mode de la division entière, parce que l'espace continu est d'une infinité bien supérieure à l'infinité du dénombrable, il sera évidemment impossible d'épuiser cet espace continu, aussi réduit puisse-t-il être. Le paradoxe est donc dû à l'impossibilité d'une correspondance biunivoque entre les deux infinis de taille différente. C'est là la manière dont l'historien des sciences Alexandre Koyré, le premier, à ma connaissance, résolvait le paradoxe de Zénon dans un article sensationnel d'une petite trentaine de pages, qui date déjà de 1922, ses « Remarques sur les paradoxes de Zénon » qui figurent dans ses *Études d'histoire de la pensée philosophique.* Et c'est précisément aussi avec cette notion des deux infinis distincts que Lacan en appelle à son tour au paradoxe de Zénon pour comprendre la jouissance du corps qui se jouit : celle-ci, dit-il au tout début du *Séminaire XX, Encore* (p. 13 – p. 15 de l'édition au format de poche), (celle-ci) « ne se promeut que de l'infinitude », et il ajoute aussitôt : « je vais dire laquelle – celle, ni plus ni moins, que supporte le paradoxe de Zénon. »

La suite infinie dénombrable est donc un appareil signifiant qui, appliqué à l'espace, donne lieu à l'existence d'un reste irrésorbable dont l'inclusion, d'une nature différente de celle de l'appareil signifiant, est impossible à supprimer, c'est ce que dit textuellement Miller dans une toute petite phrase de notre texte. Mais plus encore (c'est là le sens de ma deuxième remarque) : l'infinitude qui y est mise en fonction se corrèle à la jouissance féminine, et c'est elle qui rend la sommation de nos divisions fractionnaires impossible à totaliser – qui la rend *pastoute*, pour le dire avec le mot qu'a promu Lacan à cet usage. Et nous retrouverons cette notion du *pas tout* informant toute la suite du livre que nous commentons. Sans doute est-ce là ce qui motive Lacan à faire poursuivre à Achille, non pas la traditionnelle tortue, mais plutôt la jeune femme Briséis. D'ailleurs *L'Iliade* elle-même, n'est-elle pas, à cet égard, une illustration du paradoxe de Zénon ?

Une autre incidence du paradoxe de Zénon

C'est une dernière remarque, très rapidement. Elle concerne le raisonnement déductif. Entre les prémisses d'un syllogisme valide et sa conclusion, il y a un *gap* tout à fait analogue à celui qui se creuse irrémédiablement entre une suite convergente et sa limite. Lewis Caroll, qui était logicien, a écrit là-dessus un très joli petit texte intitulé « Ce que se dirent Achille et la tortue ». Il y montre qu'admettre la conclusion d'un raisonnement, admettre un *donc*, implique un assentiment subjectif qu'ici ne donne pas la tortue. Vous interpolez une condition entre les prémisses et la conclusion, mais vous êtes alors amené logiquement à le faire de manière indéfiniment réitérée. D'où un éloignement à l'infini de la conclusion. C'est là aussi l'os petit *a*, l'inclusion inéliminable qui interdit la clôture d'un tout.

Et c'est exactement la structure qui se trouve mise en place par Lacan dans le *Séminaire XI, Les quatre concepts fondamentaux de la psychanalyse*, lorsqu'il distingue de l'enchaînement déterministe, qui s'appelle une loi, la béance d'une cause « par où, dit-il, la névrose se raccorde à un réel – réel, précise-t-il, qui peut bien, lui, n'être pas déterminé » (p. 25). Comment ne pas voir ici l'analogie avec l'obstacle, petit *a*, que nous avions trouvé indéfiniment présent à l'intérieur de la suite numérique du paradoxe de Zénon, produit par cette suite même ?

Une référence

Je conclus et, au moment de conclure, je ne peux pas ne pas vous faire l'aveu que tout ce que je viens d'exposer, peut-être si lourdement, a déjà été parfaitement écrit, de manière très érudite, et avec une grâce vraiment aérienne : c'est un texte assez bref d'une dizaine de pages, dont le titre est : « Les avatars de la tortue », que vous trouverez dans le livre intitulé *Enquêtes*, de Jorge Luis Borges.